МАТЕМАТИКА В СОЦИОЛОГИИ

Перминов Геннадий Иванович

доцент кафедры бизнес-аналитики ГУ–ВШЭ,
Москва, Россия
e-mail: gperminov@hse.ru

Метод выделения общности в альтернативах и критериях в задачах принятия решений

В работе рассматривается возможность и необходимость получения важности критериев и результирующих оценок альтернатив методом выделения общности в многокритериальных задачах принятия решений.

Ключевые слова: коэффициенты важности критериев, принятие решений, метод выделения общности, OLAP.

Введение

Многокритериальные групповые задачи принятия решений представляют собой исключительно сложный класс задач интеллектуальной деятельности человека. Унификация оценок экспертов достигается путем введения систем допустимых оценок.

Здесь рассматриваются количественные или ранговые шкалы оценок. В результате решения задачи DSS при применении аддитивной свертки должны получиться вычисленные ценности для каждой альтернативы (Петровский, 2009).

$$U_t = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \overline{V}_{tij} \overline{W}_i \overline{D}_j , \qquad (1)$$

где W_i — веса критериев;
D_j — коэффициенты компетентности экспертов групповой экспертизы;
V_{tij} — оценки альтернатив по t варианту, i-му критерию, j-м экспертом;
U_t — функции ценности для каждой альтернативы t.

В зависимости от методов и принципов получения коэффициентов компетентности экспертов групповой экспертизы, весов критериев, оценок альтернатив по *t* варианту, *i*-му критерию, *j*-м экспертом, способов усреднения предлагается множество подходов:

- преобразование рангов значениями монотонно убывающих функций целочисленного аргумента (Макаров, 1971; Тинтарев, 1975; Гмошинский, 1975);
- аппроксимация ранжировки линейной системой неравенств — Черчмена–Акофа (Churchmen, Ackoff, 1954), лексикографии Подиновского (Подиновский, 1972; Подиновский, 2003a; Подиновский, 2003b);
- построения обобщенного критерия — обобщенного критерия Подиновского (Подиновский, 1996; Подиновский, 2007), max(min) свертки (Гермеер, 1971), мультипликативной и полиаддитивной свертки Кини (Кини, 1981), функций ценности, методы «уклонений» Чарнса–Купера (Charsnes, Cooper, 1961), нормированной степенной метрики Целени (Zeleny, 1973), трансформации частот предпочтений Терстоуна (Thurstone, 1959), трансформации частот отнесения к классу Рознера (Rosner,1956);
- методы «уклонений» — Сцидаровского (Szidarovsky, 1978), оценки близости к опорной точке Хванга и Лина (Hwang, Lin, 1987), «Агрегирования и ранжирования альтернатив около многознаковых идеальных ситуаций (Петровский, 2009);
- методы случайной рандомизации (Анохин, 1997).

В работе предлагается новый метод выделения общности к определению важности критериев и к получению ценностей для каждой альтернативы.

1. Состояние вопроса об определении важности критериев

В настоящее время считается, что веса критериев — самое сложное место в задаче принятия решений (DSS). Манипулируя весами, можно получить любой рейтинг, который только можно пожелать. Ранее в подавляющем большинстве случаев веса попросту назначали, исходя из интуитивного представления лица принимающего решения (ЛПР) о сравнительной важности критериев. Тем самым и рейтинг получается фактически «назначенным» (Горский, 2000). К настоящему времени исследования показывают, что ЛПР или эксперт не способен непосредственно назначать критериям корректные численные веса. Необходим специальный подбор корректной процедуры получения весов. Доказано, что веса критериев нужны не всегда (Подиновский, 2007; Борисов, 1990). В большинстве задач достаточно информации типа «критерий *X* важнее критерия *Y*». Далее специальными процедурами на основе индивидуальных ранжировок нужно построить обобщенную. Это можно сделать разными методами. Наиболее корректным считается метод «медианы Кемени» (Кемени, 1972) и Кука–Сейфорда. Для нахождения медианы прежде всего нужно задать способ определения расстояния между ранжировками. После этого нужно найти (построить) такую ранжировку, суммарное расстояние от которой до всех заданных экспертных ранжировок было бы минимально. Искомая ранжировка и будет медианой Кемени. Очень важно, что тем самым мы получаем обобщенное мнение экспертов, не отбрасывая ни одного мнения, поскольку при построении медианы существенно учитываются все индивидуальные ранжировки. Недостатком такого способа определения весов критериев является его трудоемкость.

В данной работе показывается, как методом выделения общности из оценок альтернатив по каждому критерию при групповой экспертизе можно быстро и менее трудоемко решить данную задачу. Более того, на примере сравнения с другими методами показывается, что в этом случае можно вообще не учитывать компетентность экспертов и важность критериев, так как выделение общности в оценках альтернатив уже учтет заложенные в них компетентности и важности.

2. К вопросу о свертке

Некорректность операции суммирования в аддитивной свертке (1) доказана в классической книге американских математиков Кини и Райфа (Кини, Райфа, 1981). В ней доказано, что подобная формула корректна только тогда, когда все критерии попарно независимы по предпочтению.

3. Взвешенная сумма оценок

Некорректность вычисления взвешенной суммы оценок происходит, прежде всего, из-за того, что нередки попытки получить от эксперта информацию в такой форме, в которой он не может дать ее с достаточной надежностью. Достоверно установлено, что эксперты плохо дают оценки в численном виде. Гораздо надежнее они работают с рангами. А наиболее уверенно — с вербальными оценками. Другая ошибка линейной свертки заключается в применении в этом случае постулата: «низкая оценка по одному критерию может быть компенсирована высокой оценкой по-другому». Стремление усреднить ведет к нивелированию различий в индивидуальных суждениях экспертов, сглаживанию и устранению крайних точек зрения, в которых может заключаться рациональное зерно. Однако этот постулат верен отнюдь не для всех моделей сравнительной оценки «качества». Поэтому стратегии поведения человека в условиях многокритериальной среды можно разделить на два класса (Ногин, 2002):

- стратегия компенсации;
- стратегия исключения.

Стратегия компенсации соответствует такой линии поведения человека, при которой низкие показатели по одному критерию (или сразу по нескольким критериям) искупаются (компенсируются) высоким показателем по другому критерию (или одновременно по некоторым другим критериям). В этом отношении А. Курно показал, что средние значения элементов сложной системы могут быть несовместимы друг с другом. Кроме того, в задачах принятия решений часто качественные шкалы превращают в числовые и усреднение к ним некорректно.

Стратегия исключения (или *некомпенсирующая стратегия*) состоит в удалении (исключении) из списка имеющихся возможных вариантов тех, которые заведомо не удовлетворяют по какому-то одному или же сразу по нескольким критериям одновременно.

По этой причине кроме линейной свертки предложено много других. Например, *мультипликативная, аддитивной разности оценок* (Петровский, 2009) и *поли-*

аддитивной свертки, в которых оператор суммирования заменяется на произведение (Кини, Райфа, 1981). Она используется в моделях, основанных на постулате: «низкая оценка хотя бы по одному критерию влечет за собой низкое значение функции полезности».

Еще одна распространенная ошибка возникает, если оценки по каждому критерию дает не один эксперт, а группа экспертов. Ранее просто брали среднее арифметическое оценок экспертов без оценки согласованности экспертных суждений. Действительно, если эксперты оценивают реальный объект, то их оценки не должны сильно расходиться. В случае сильного расхождения использовать среднее арифметическое нельзя, поскольку тогда мы получаем так называемую «среднюю температуру по больнице» (Горский, 2003). В этом случае нужно попытаться выяснить причину расхождений и, по возможности, устранить ее.

Промежуточные выводы и постановка задач

1. Из вышеперечисленных подходов лучшим считаем, когда весомость критерия осуществляется по результатам экспертизы после получения оценок от группы экспертов. Во-первых, этот подход позволяет более точно определить коэффициент важности каждого критерия. В-вторых, в настоящее время считается, что важность критерия является постоянной величиной и не зависит от эксперта и от проблемной ситуации, для условий которой производится оценка.

2. Несмотря на то что в апостериорных оценках альтернатив, высказанных экспертами, уже содержатся оценки важности критериев, как близость к общему мнению, и они оказывают влияние на обобщенную ранжировку альтернатив, все алгоритмы рекомендуют вторично учесть важность критериев. Это может привести к утрированному учету важности. Кроме этого, дополнительный учет важности критериев может привести к нарушению однородности матриц оценивания и снижению статистической достоверности оценок.

3. Как скажется на обобщенной оценке альтернатив дополнительный учет важности критериев, кроме уже заложенных в оценках? Этот вопрос в литературе не обсуждался и где находится истина, не ясно.

Поэтому в описываемом методе выделения общности рассматриваются вопросы стабильности важности критериев в зависимости от высказываний эксперта, оцениваются доли усиления или ослабления важности критериев при их дополнительном учете и изменение результирующих оценок альтернатив от дополнительного учета важности критериев.

Теоретические сведения о возможности выделения общности

Экспертные оценки всегда содержат как объективные, так и субъективные компоненты. Решение задачи выбора наилучшей альтернативы (объекта) порождает проблему: как выявить факторы субъективности и свести их к минимуму, и как выявить объективную, общую для всех оценок компоненту (общность).

Первые исследования в области выделения общности содержатся в работе Дж. Бэйтса и К. Гренжера (Bates, Granger, 1969) и затем в работе Р. Ньюболда и К. Гренжера (Newbold, Granger, 1974). Авторы исходят из того, что даже отброшенные из-за слабой важности критериев их оценки почти всегда содержат некоторую полезную независимую информацию, которую они могут внести в общую оценку. Объединяя независимо полученные оценки вариантов, мы тем самым привлекаем оба вида информации, как субъективный, так и объективный. Причем к частным оценкам предъявляется лишь одно общее требование — они не должны содержать систематическую ошибку.

Способ объединения частных оценок, выдвинутый Дж. Бэйтсом и К. Гренжером и Р. Ньюболдом и К. Гренжером, состоит в том, чтобы представить комбинированную оценку в виде взвешенной суммы частных оценок:

$$\tilde{x}_k(t) = \sum_i k_i x_i(t), \tag{2}$$

где $x_{i(t)}$ — i- частная оценка варианта, полученная для комбинации условий t;

k_i, — вес, придаваемый i-й частной оценке.

Сумма всех весов равна 1, и сами веса находятся в интервале [0,1]. Очевидно, что основная проблема, которая здесь возникает, — определение весов k_i, поскольку именно они будут определять качество объединенной оценки и окончательную оценку вариантов.

Существует несколько способов определения весов. Исходные предпосылки такого метода заключаются в следующем:

1) предполагается, что эффективность отдельных оценок не изменяется с течением времени (обозначим дисперсии ошибок для двух оценок в любой момент времени t через σ_1^2 и σ_2^2);

2) предполагается также, что обе оценки не содержат систематической ошибки.

Тогда объединенная оценка получается в виде линейной комбинации двух оценок, причем вес k задается первой из них, а вес второй равен (1 — k).

Дисперсия ошибки σ_0^2 в объединенной оценке равна

$$\sigma_0^2 = k^2\sigma_1^2 + (1-k)^2\sigma_2^2 + 2\rho k\sigma_1(1-k)\sigma_2, \tag{3}$$

где k — вес, выраженный в процентах и задаваемый первой оценке, а p — коэффициент корреляции между ошибками в первой и второй оценках.

Вес k надо выбирать так, чтобы ошибки объединенных оценок были минимальными, то есть с учетом минимизации σ_0^2. Дифференцируя по k выражение (3) и приравнивая его к нулю, получаем, что минимальным значение σ_2^2 будет при:

$$k = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2}, \tag{4}$$

Если $p = 0$, то есть ошибки частных оценок не коррелированы, то выражение (4) упрощается:

$$k = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \tag{5}$$

Доказывается, что если k определяется равенством (4), то величина σ_0^2 никогда не будет превышать меньшее из двух отдельных значений дисперсий ошибок. Это утверждение доказано в работе Дж. Бэйтса и К. Гренжера (Bates, Granger, 1969).

Поскольку частные оценки, полученные для нескольких различных ситуаций, критериев, экспертов представлены ограниченной выборочной совокупностью, то получаемые статистики случайны и имеют ошибки, статистическую значимость, коридор ошибок на определенном уровне значимости и пр. Отсюда естественной задачей является попытатка объединить частные оценки на основе статистических процедур. Реализацией такого подхода к выделению общности может быть применение факторного анализа. Как предложил Э. Б. Ершов (Ершов, 1973), коэффициенты объединяющего уравнения здесь находятся на основе параметров распределения многомерной случайной величины, представляющей собой совокупность отклонений частных оценок от общности.

Пусть в результате использования различных комбинаций ситуаций, критериев, экспертов для каждого варианта получена следующая матрица оценочных значений:

$$X = \begin{Vmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdot & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdot & x_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{t1} & x_{t2} & \cdot & x_{tn} \end{Vmatrix} \quad \begin{matrix} t = \overline{1,T} \\ n = \overline{1,N} \end{matrix}, \tag{6}$$

где X — матрица оценок, полученных для конкретных комбинаций ситуаций, критериев, экспертов;

t — число конкретных комбинаций ситуаций, критериев, экспертов, используемых в задаче получения оценок;

n — номер альтернативы;

x_{tn} — оценка переменной x в естественных единицах измерения или в рангах, полученная для t-й комбинации ситуаций, критериев, экспертов для n-й альтернативы.

Идея применения факторного анализа для построения обобщенной оценки основана на том, что частные оценки, полученные для n-го варианта x_n (n = 1, 2, ... , N), являются внешним выражением некоторой реально существующей, но непосредственно неизмеримой величины (истины). Она и принимается в качестве обобщенной оценки. Поэтому между частными оценками может иметь место сильная корреляция.

Математически это можно записать так:

$$x_i = g_i f + e_i, \tag{7}$$

где $\boldsymbol{x_i}$ — частные оценки;

f — обобщенная оценка, обусловливающая систематическую вариацию частных оценок и корреляционную связь между ними;

g_i — нагрузка (вес) обобщенной оценки $\boldsymbol{f}$ на частную оценку $\boldsymbol{x_i}$;

e_i — остаток (характерный показатель), определяющий ту часть оценки x_i, изменение которой вызвано действием индивидуальных или субъективных влияний экспертов, критериев, ситуаций.

Выражение (7) является моделью факторного анализа с одним генеральным фактором. При этом можно выразить общий фактор (обобщенную оценку) через линейную комбинацию частных оценок с весами a_i:

$$f = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n, \tag{8}$$

Значения обобщенной оценки можно найти, используя регрессионный метод, предложенный Томсоном Г. (Thomson, 1960). Суть метода заключается в том, что коэффициенты модели (8) для оценки значения f определяются из следующей системы уравнений, известной из теории регрессионного анализа:

$$\begin{aligned} &a_1 + r_{12} a_2 + .. + r_{1n} a_n = r_{y1f} \\ &r_{21} a_1 + a_2 + \ldots + r_{2n} a_n = r_{y2f} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . \\ &r_{n1} a_1 + r_{n2} a_2 + \ldots + a_n = r_{ynf} \end{aligned} \tag{9}$$

Мерой качества оценки фактора f с помощью уравнения (7) может служить коэффициент множественной корреляции R^2. Его определяют из формулы

$$R^2 = a_1 g_1 + a_2 g_2 + .. + a_n g_n. \tag{10}$$

Коэффициенты a_i в формуле (8) являются весами оценок вариантов в обобщенном показателе f.

Пример практического выделения коэффициентов важности критериев нахождением общности факторным методом

Рассмотрим два варианта расчета по одним и тем же исходным данным:

В задаче имеется 9 альтернатив.

Число экспертов равно 6.

Число критериев (показателей) равно 4.

Расчеты ведутся по 1-й проблемной ситуации (это условие не является принципиальным и принято только для уменьшения числа матриц частных оценок).

Оценки приведены в рангах.

Рассчитаем коэффициенты важности критериев по каждому эксперту и обобщенные оценки альтернатив в двух случаях:

А. С учетом коэффициентов важности критериев, имеющихся в частных оценках альтернатив без дополнительной корректировки, умножением на коэффициенты важности критериев.

Б. С дополнительной корректировкой оценок альтернатив, умножением на коэффициенты важности критериев.

1-й эксперт

	Критерии			
Вариант	1	2	3	4
1	7	3	5	2
2	6	1	3	1
3	5	2	7	4
4	4	6	2	7
5	8	4	1	5
6	9	7	4	9
7	2	5	9	8
8	3	9	8	3
9	1	8	6	6

2-й эксперт

	Критерии			
Вариант	1	2	3	4
1	6	2	2	3
2	7	3	4	6
3	5	1	8	2
4	3	5	3	9
5	9	6	5	4
6	8	8	1	8
7	1	4	7	7
8	4	7	9	1
9	2	9	6	5

3-й эксперт

	Критерии			
Вариант	1	2	3	4
1	9	1	3	2
2	5	3	5	5
3	6	2	9	3
4	3	6	4	8
5	8	5	2	6
6	7	8	1	4
7	4	4	6	9
8	2	9	8	1
9	1	7	7	7

4-й эксперт

	Критерии			
Вариант	1	2	3	4
1	8	2	4	1
2	6	1	6	2
3	5	3	9	6
4	4	7	2	9
5	9	5	3	3
6	7	6	1	8
7	2	4	8	7
8	1	8	7	4
9	3	9	5	5

5-й эксперт

	Критерии			
Вариант	1	2	3	4
1	3	5	6	3
2	6	4	2	5
3	9	1	7	6
4	1	3	3	9
5	5	8	5	8
6	7	9	4	4
7	2	2	9	1
8	8	7	8	2
9	4	6	1	7

6-й эксперт

	Критерии			
Вариант	1	2	3	4
1	4	6	6	1
2	7	3	4	2
3	8	2	8	4
4	2	1	1	8
5	6	7	2	5
6	5	8	5	6
7	1	4	3	9
8	9	5	7	3
9	3	9	8	7

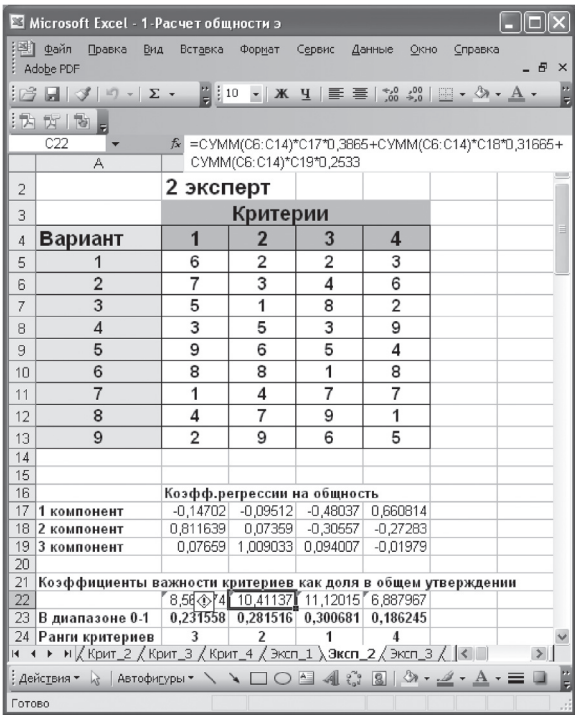
Рис. 1. Исходные данные в виде рангов 9 альтернатив, выставленных 6 экспертами по 4 критериям

А. Расчет важности критериев, имеющихся в частных оценках альтернатив без дополнительной корректировки, умножением на коэффициенты важности критериев

Перегруппируем исходные данные в координаты: по строкам — альтернативы; по столбцам — критерии; на их пересечении — частные оценки. Для каждого критерия применим процедуру факторного анализа с определением главных компонент в количестве, позволяющим объяснить более 90 % дисперсии.

В результате расчета для 1-го эксперта получилось 3 главных компонента, объясняющих 91,5 % дисперсии; для 2-го — 3 компонента (95,6 % дисперсии); для 3-го — 3 компонента (98,5 %), для 4-го — 3 компонента (97,8 %), для 5-го эксперта — 3 компонента (92,9 %) и для 6-го эксперта — 3 компонента (92,9 %).

Для выделения общности из частных оценок полученные коэффициенты ***Component Score Coefficient Matrix*** необходимо умножить на значения оценок альтернатив, а в нормированном выражении — умножить на нормированные переменные. Для лучшего понимания на рис. 2 приведен аналогичный расчет в Excel для условий эксперта 2.



Microsoft Excel - 1-Расчет общности э

C22 =СУММ(C6:C14)*C17*0,3865+СУММ(C6:C14)*C18*0,31665+СУММ(C6:C14)*C19*0,2533

	A				
2		2 эксперт			
3		Критерии			
4	Вариант	1	2	3	4
5	1	6	2	2	3
6	2	7	3	4	6
7	3	5	1	8	2
8	4	3	5	3	9
9	5	9	6	5	4
10	6	8	8	1	8
11	7	1	4	7	7
12	8	4	7	9	1
13	9	2	9	6	5
14					
15					
16		Коэфф.регрессии на общность			
17	1 компонент	-0,14702	-0,09512	-0,48037	0,660814
18	2 компонент	0,811639	0,07359	-0,30557	-0,27283
19	3 компонент	0,07659	1,009033	0,094007	-0,01979
20					
21	Коэффициенты важности критериев как доля в общем утверждении				
22		8,58	10,41137	11,12015	6,887967
23	В диапазоне 0-1	0,231558	0,281516	0,300681	0,186245
24	Ранги критериев	3	2	1	4

Крит_2 Крит_3 Крит_4 Эксп_1 Эксп_2 Эксп_3

Рис. 2. Пример расчета обобщенных коэффициентов важности критериев для эксперта 2

Рассчитанные коэффициенты важности критериев для различных экспертов иллюстрируются на рис. 3 и 4. Из рис. 3 следует, что коэффициенты важности критериев значительно меняются у различных экспертов. Это означает, что принятое стабильное значение коэффициентов важности критериев, не зависящее от экспертов, сильно упрощает и огрубляет задачу.

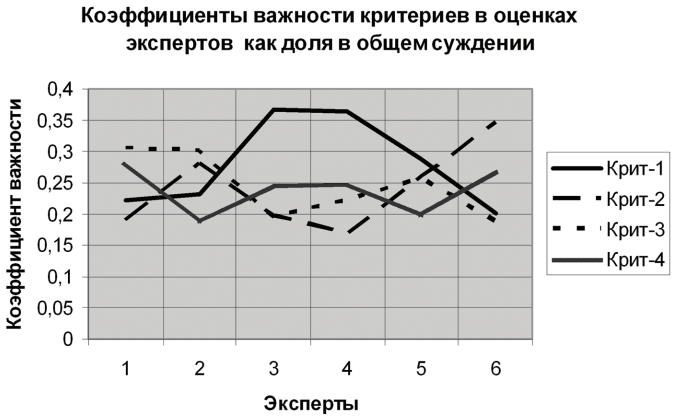


Рис. 3. Изменение коэффициентов важности критериев в оценках экспертов

Коэффициенты важности критериев в общем утверждении

	Критерий 1	Критерий 2	Критерий 3	Критерий 4
Эксперт 1	**0,223219**	**0,190855**	**0,304075**	**0,281851**
Эксперт 2	**0,231558**	**0,281516**	**0,300681**	**0,186245**
Эксперт 3	**0,366523**	**0,196157**	**0,193941**	**0,243378**
Эксперт 4	**0,364774**	**0,167974**	**0,221625**	**0,245627**
Эксперт 5	**0,288563**	**0,259736**	**0,255741**	**0,19596**
Эксперт 6	**0,200074**	**0,347184**	**0,186472**	**0,26627**

Рис. 4. Значения коэффициентов важности критериев в оценках экспертов

Б. Расчет важности критериев с дополнительной корректировкой оценок альтернатив, умножением на коэффициенты важности критериев

Для того чтобы доказать ненужность дополнительного учета важности критериев, кроме той, что уже имеется в оценках альтернатив, скорректируем исходные оценки умножением на найденные коэффициенты важности критериев и еще раз выделим общность среди критериев (рис. 5). Сравним важности критериев, вычисленные без дополнительной корректировки оценочных матриц и с корректировкой. На рис. 6 иллюстрируются проценты изменения коэффициентов важности критериев. Как и следовало ожидать, критерии более важные еще более увеличивают их, а менее важные — значительно уменьшают. Проценты изменения находятся в диапазоне –30 % +40 %, что является очень большим изменением.

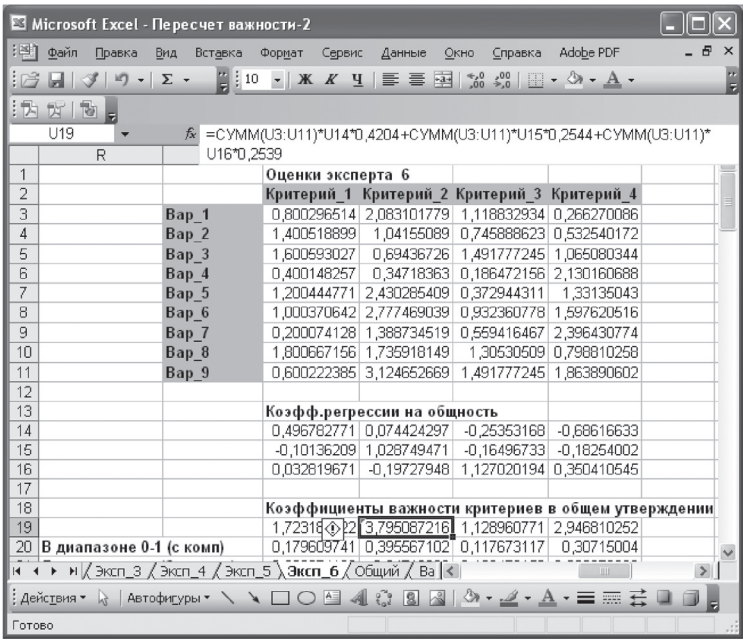


Рис. 5. Пример выделения общности критериев для эксперта 6 с дополнительной корректировкой оценочных матриц

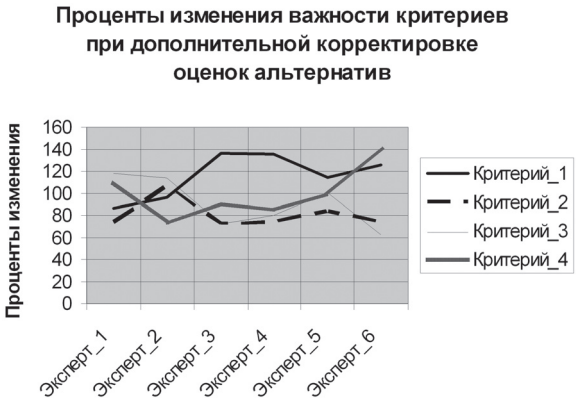


Рис. 6. Изменение важности критериев при корректировке оценочных матриц альтернатив

Сравнение полученных коэффициентов компетентности с результатами OLAP срезов

Для определения ответа на вопрос «Учитывать важность критериев, находящуюся в оценках альтернатив отдельно или они уже учтены»? построим два варианта многомерных кубов: 1) с показателями в таблице фактов без учета важности критериев и 2) с их учетом. Для этого исходные данные должны быть трансформированы с выделением измерений и показателей. После построения двух кубов необходимо на их основе получить OLAP срезы по осям: критерий–эксперт с размещением на их пересечении значений оценок альтернатив (рис. 7).

Сумма по полю Оценка	Критерий			
Эксперт	1	2	3	4
1	10,04487184	8,588487065	13,68336302	12,68327807
2	10,420113	12,66820904	13,53063054	8,381047423
3	16,49352769	8,827086472	8,727361572	10,95202427
4	16,05003711	7,558832518	9,973142916	11,05321388
5	12,98534366	11,6881292	11,50833101	8,818196132
6	9,00333578	15,62326334	8,20477485	11,98215387
Общий итог	74,99722909	64,95400763	65,6276039	63,86991365

Рис. 7. Вид среза с дополнительным учетом важности критериев

Для определения ответа на поставленный вопрос сравним 4 результата: два OLAP среза с учетом и без учета критериев важности и две таблицы вычисленных важностей критериев, определенных как общность в критериях (рис. 8 приведено 3 результата для сокращения объема).

		Критерий 1	Критерий 2	Критерий 3	Критерий 4
		Эксперт_1			
Сред. коэф. важности по OLAP срезу с важностью		0,22321937	0,19085527	0,30407473	0,28185062
Общность с учетом важности		0,19301239	0,14110088	0,35816412	0,30772261
Общность без учета важности		0,22321937	0,19085527	0,30407473	0,28185062
		Эксперт_2			
Сред. коэф. важности по OLAP срезу с важностью		0,23155807	0,28151576	0,30068068	0,1862455
Общность с учетом важности		0,22369287	0,29991317	0,34204587	0,13434809
Общность без учета важности		0,23155807	0,28151576	0,30068068	0,1862455
		Эксперт_3			
Сред. коэф. важности по OLAP срезу с важностью		0,36652284	0,19615748	0,19394137	0,24337832
Общность с учетом важности		0,4981736	0,1426883	0,13948244	0,21965566
Общность без учета важности		0,36652284	0,19615748	0,19394137	0,24337832
		Эксперт_4			
Сред. коэф. важности по OLAP срезу с важностью		0,35958229	0,16934679	0,22343659	0,24763432
Общность с учетом важности		0,4918603	0,12300472	0,1778831	0,20725188
Общность без учета важности		0,36477357	0,16797406	0,2216254	0,24562698
		Эксперт_5			
Сред. коэф. важности по OLAP срезу с важностью		0,28856319	0,2597362	0,25574069	0,19595991
Общность с учетом важности		0,33140872	0,21638678	0,25839493	0,19380957
Общность без учета важности		0,28856319	0,2597362	0,25574069	0,19595991
		Эксперт_6			
Сред. коэф. важности по OLAP срезу с важностью		0,20090665	0,34862828	0,18308701	0,26737805
Общность с учетом важности		0,17960974	0,3955671	0,11767312	0,30715004
Общность без учета важности		0,20007413	0,34718363	0,18647216	0,26627009

Рис. 8. Сравнение OLAP срезов с двумя вариантами выделения общности в критериях

Полное совпадение по всем 6 экспертам дали: OLAP срез с учетом важности критериев (строка 1 в каждом эксперте) и важности критериев, как общность, вычисленные по исходным данным без их дополнительного учета (3-я строка в каждом эксперте). Таким образом, в методе принятия решений с определением общности в оценках альтернатив учитывать дополнительно важности критериев не нужно, так как они уже содержатся в этих оценках и учитываются в получении обобщенных оценках альтернатив.

Выделение общности в альтернативах

Повлек ли учет важности критериев переоценку обобщенных оценок альтернатив? Для этого вычислим две общности в оценках альтернатив: А) без дополнительной корректировки матрицы оценок на коэффициенты важности критериев

и Б) с корректированной. Для выделения общности в оценках альтернатив соединим исходные матрицы в одну.

Применение факторного анализа показало, что для объяснения более чем 90 % дисперсии необходимо учесть 5 главных компонентов. Полученные доли альтернатив в общем, содержащихся в их оценках в высказываниях 6 экспертов по 4 критериям, приведены на рис. 9.

Важность вариантов в общем утверждении

	Вар_1	Вар_2	Вар_3	Вар_4	Вар_5	Вар_6	Вар_7	Вар_8	Вар_9
	2,9666	1,9622	3,0009	1,7323	3,6166	3,0405	3,5580	3,9247	5,1270
Общность с учетом важности	0,1025	0,0678	0,1037	0,0599	0,1250	0,1051	0,1230	0,1357	0,1772
Общность без учета важности	0,1369	0,0194	0,0955	0,0367	0,1692	0,2031	0,0741	0,1269	0,1382
Ранги с учетом важности	3	2	4	1	7	5	6	8	9
Ранги без учета важности	6	1	4	2	8	9	3	5	7

Рис. 9. Изменение результирующих рангов и оценок альтернатив при дополнительном учете коэффициентов важности экспертов

Из результатов сравнения двух вариантов расчетов следует, что результирующие ранги и оценки альтернатив при дополнительном учете коэффициентов важности критериев изменились, даже кардинально.

Заключение

Предлагаемая в статье методика позволяет искать в частных оценках альтернатив, соответствующих различным критериям, проблемным ситуациям и высказываниям групповой экспертизы, важности критериев без итераций с минимальными трудозатратами. Тестовые расчеты с учетом важности критериев в исходных оценках альтернатив и с дополнительным их учетом показали, что во втором случае результаты кардинально меняются за счет изменения итоговых коэффициентов важности критериев. Изменения составили –30...+40%. Проверка на совпадение с результатами OLAP срезов оценок альтернатив, учитывающих и не учитывающих важности критериев, показали, что в предлагаемом методе их устанавливать не нужно, так как они учитываются автоматически при определении общности в альтернативах.

Литература

Bates J. M., Granger C. W. J. The Combination of Forecasts // Operations Research. 1969. Vol. 20. №. 4. P. 451–468.

Charsnes A., Cooper W. W. Management models and industrial applications of line programming. N. Y. : Wiley, 1961.

Churchmen C. W., Ackoff R. An approximate Measure of Value // Operations Research. 1954. № 2. P. 172–181.

Hwang Ch.-L., Lin M.-J. Group decision making under multiple criteria. Methods and applications. Berlin : Springer-Verlag, 1987.

Newbold P., Granger C. W. J. Experience with Forecasting Univariate Time Series and Combination of Forecasts // Journal of Royal Statistical Society. Ser. A. 1974. Vol. 137. № 2. P. 131–164.

Rosner B. S. A new scaling technique for absolute judgment // Psychometrica. 1956. Vol. 21. № 4. P. 377–381.

Szidarovsky R. I. Use of cooperative games in a multi objective analysis of mining and environment // International Conference. Madrid, 1978,. P. 11–15.

Thomson G. H. The factorial analysis of human ability. London : University of London Press, 1960.

Thurstone L. L. The measurement of values. Chicago, 1959.

Zeleny M. Compromise programming in M. K. Starr and M. Zelleny. Columbia, 1973.

Анохин А. М., Глотов В. А., Павельев В. В., Черкашин А. М. Методы определения коэффициентов важности критериев // Автоматика и телемеханика. 1997. № 8. 1997. С. 3–35.

Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П. Принятие решения на основе нечетких моделей: примеры использования. Рига : Знание, 1990. С. 184.

Гермеер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М. : Наука, 1971. С. 324.

Гмошинский В. Г., Флнорент А. В. Теоретические основы инженерного прогнозирования. М. : Наука, 1975. С. 280.

Горский П. Введение в дисциплину «Поддержка принятия решений». 2009. [Электронный ресурс]. URL: www.pavel.gorskiy.ru (дата обращения: 30.06.2011)

Ершов Э. Б. Об одном методе объединения частных прогнозов // Статистический анализ экономических временных рядов и прогнозирование : ученые записки по статистике. Т. 22–23. М. : Наука, 1973. С. 87–105.

Кемени Д., Снелл Д. Кибернетическое моделирование. М. : Советское радио, 1972. С. 234.

Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях предпочтения и замещения. М. : Радио и связь, 1981. С. 342.

Макаров И. М. и др. Выбор принципа построения сетей // Автоматика и телемеханика. 1971. № 4. С. 25–31.

Ногин В. Д. Принятие решений в многокритериальной среде. Количественный подход. М. : Физматлит, 2002. С. 144.

Петровский А. Б. Теория принятия решений. М. : Академия, 2009. С. 400.

Подиновский В. В. The problem of estimation of importance factors as a symmetric-lexicographic problem of optimization // Automation and Remote Control. 2003. Vol. 64. № 3. P. 480–492.

Подиновский В. В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. М. : Физматлит, 2007. С. 64.

Подиновский В. В. Задача оценивания коэффициентов важности как симметрически-лексикографическая задача оптимизации // Автоматика и телемеханика. 2003. № 3. С. 150–162.

Подиновский В. В. Лексикографические задачи линейного программирования // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1972. Т. 12. № 6. С. 568–571.

Подиновский В. В., Грумондз В. Т., Осипова В. А., Алексеев Н. С. Методы теории важности критериев в задачах динамического проектирования // Сборник трудов 1-й Московской международной конференции по исследованию операций. М. : ВЦ РАН, 1996. С. 82–86.

Тинтарев Э. М., Трофимов В. М. Аппроксимация коэффициентов важности функциями ранжирования // Экономика и математические методы. 1975. Т. 11. № 7. С. 17–20.

Determination of choosing best decisions and importance coefficients of criteria by the extracting of generality in decision-making problems

Gennady I. Perminov

Assoc. Business Analytics Department, SU-HSE,
Moscow, Russia
e-mail: gperminov@hse.ru

This paper aims to consider the possibility and necessity of the importance coefficients of criteria and determination evaluation of alternatives, using the method of extracting of generality in the multi-criteria choice problems of decision-making support.

Keywords: the importance coefficients of criteria, decision-making problems, the method of extracting of generality, OLAP.